

Su Yapılarında Fluent Uygulamaları

Şahnaz Tiğrek

İnşaat Mühendisliği Bölümü, Batman Üniversitesi, 72100 Batman

Tel: (488) 217 3554

E-Posta: sahnaz.tigrek@batman.edu.tr

Ahmet Nazım Şahin

İnşaat Mühendisliği Bölümü, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, 06800 Ankara

Tel: (312) 210 74 72

E-Posta: sanazim@metu.edu.tr

Tuğçe Yıldırım

İnşaat Mühendisliği Bölümü, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, 06800 Ankara

Tel: (312) 210 24 42

E-Posta: ytugce@metu.edu.tr

Öz

Su yapılarının değişik öğelerinin hidrolik tasarımları aşamasında bilinmezlik içeren veya öngörülemeyen durumları için fiziksel model yoluyla laboratuvar çalışmalarına başvurmak çoğunlukla karşılaşılan bir durumdur. Bunun sebebi tasarım ilke ve kıstaslarının yine kaynağını deneysel gözlemlerden alan ampirik yaklaşımlara dayanması ve akış koşullarının üç boyutlu ve gerçek zamanlı olarak nasıl oluşacağını bilinememesidir. Ancak analizlerinin kolay tekrarlanabilmesi ve sonuç verilerine akış özelliklerini bozmadan kolaylıkla erişilebilmesi gibi uygulama üstünlüklerinin olması ayrıca zaman ve ekonomik kazanımları nedeniyle hesaplamalı akışkanlar dinamiği günümüzde laboratuvar çalışmalarının yerini almaktadır. Özellikle son yıllarda bilgisayar teknolojisinin gelişimine paralel olarak hesaplamalı akışkanlar dinamiğinde kapsamlı yazılımların ortaya çıkmasıyla diğer endüstri dallarında olduğu gibi hidrolik dalında da sonlu farklar, sonlu elemanlar, sonlu hacimler gibi sayısal çözümleme teknikleri kullanılarak hidrolik yapılardaki akış ve akım koşulları ayrıntılı olarak modellenebilmektedir.

FLUENT sonlu hacimler çözümleme tekniğini kullanan, üç boyutlu zamana bağlı ve türbülanslı akım modellemesinde kullanılan bir yazılımdır. Ayrıca çok fazlı akımları da modelleyebilmektedir. Bu çalışmada Fluent ile modellenmiş bazı hidrolik yapılardan örnekler sunulurken sayısal çözümleme yöntemlerinin hidrolik problemleri anlama ve çözme becerileri tartışılacaktır. Örnek olarak bir dolu savak tasarımında kavitezyon problemi gibi bir konunun iki fazlı akım modellemesiyle nasıl çözümlenebileceği veya bir su alma yapısının kapasitesinin nasıl sorgulanabileceği gösterilecektir.

Anahtar sözcükler: Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği, HAD, CFD, Fluent, Sayısal modelleme.

Giriş

Akışkanların (gaz ve sıvı) hareket ve davranışları, kütle, momentum ve enerji korunum yasalarını temsil eden kısmi diferansiyel denklemler tarafından ifade edilebilir. CFD (Computational Fluid Dynamics) veya Türkçe kullanışı ile HAD (Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği), bu kısmi diferansiyel denklemlerin gelişmiş bilgisayar sistemleri kullanılarak çözülebilen cebirsel denklemler ile değiştirilmesi yöntemleridir. Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiğinin akışkanın nitel (hatta bazen nicel) özelliklerini öngörme duyarlılığı kullanılan matematiksel model (kısmi diferansiyel denklemler), sayısal yöntemler (ayrıklaştırma ve çözüm teknikleri) ve yazılım (çözücü, öncü ve işlem sonrası yazılımları) ile kontrol edilir. HAD, bilim insanlarına ve biz mühendislere sunduğu bu sanal akış laboratuvarı ile gerçek laboratuvar ortamında su yapılarının değişik öğelerinin hidrolik tasarımları aşamasında kullanılan fiziksel model tekniklerinin yerini alabilmektedir. Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiğinin gerçek oranlı fiziksel model yöntemleri ile karşılaştırıldığında aşağıdaki üstünlükleri sıralanabilir:

- Gözlemlenmesi tehlikeli veya ulaşılamaz bölgelerdeki akışkan davranışları ve akış özellikleri, akış bozulmadan incelenebilir. HAD 'de her bir sayısal ağ elemanı aynı zamanda bir ölçüm noktası olduğundan, ölçüm cihazlarının oluşturabileceği etkilerinden bağımsız veriler elde edilebilir.
- HAD yazılımlarıyla elde edilen sonuçlar ve sanal deney ortamı, birçok parametreye ait bilgilerin de çözümün içerisinde olması sebebiyle gereken yeni ihtiyaçlara göre benzetim sonrasında da kullanılabilir. Fiziksel model çalışmalarında gözden kaçan veya sonrasında ihtiyaç duyulan veriler için deneyler tekrarlanmalıdır.
- Fiziksel model çalışmalarında elde edilebilecek veri ve parametreler kullanabileceğiniz ölçüm cihazları ve sensörler ile sınırlıdır. HAD analizinde, kullanılan sayısal ağ elemanı kadar (milyonlarca olabilir) ölçüm elemanı bulunabilir ve veri dağılımları, deneylerden elde edilebilecek ayrık veriler şeklinde değil, gradyanlar olarak geniş bir alanda değerlendirilebilmektedir.
- Fiziksel modelin tasarımı ve inşası için gerekli zaman, para ve insan kaynakları rekabetçi piyasa koşullarında çok daha önemli olabilmektedir. Aynı zamanda en küçük hataların dahi yüksek maliyetlere sebebiyet verdiği projelerdeki hata esnekliğinin yok denebilecek azlığı, doğruluğu kesinleştirebilecek ölçüde tekrarları gerektirebilmektedir. Bu da fiziksel deneylerde neredeyse imkânsızdır.
- Akışkanlar dinamiğinin önemli bir unsuru olan türbülans, ölçek etkisinden dolayı laboratuvar ortamındaki fiziksel modellerde tam olarak temsil edilemezler. Ancak sayısal modellemelerle türbülans etkisini daha fazla gözlemlemek mümkündür.

Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği ile Problemin İncelenmesi

Bu çalışmalarda çeşitli vaka çözümlenmeleri için Fluent paket programı tercih edilmiştir. Fluent sonlu hacimler yöntemini kullanan bir Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (HAD)

yazılımıdır. 1983 ten bu yana dünya çapında birçok endüstri dalında kullanılan ve günden güne gelişerek tüm dünyadaki HAD piyasasında en çok kullanılan yazılım durumuna gelmiştir. Fluent, sahip olduğu ileri çözücü teknolojisi ve bünyesinde barındırdığı değişik fiziksel modeller sayesinde laminer, geçişsel ve türbülanslı akışlara, iletim, taşınım ve radyasyon ile ısı geçişini içeren problemlerde kullanılabilir. Fluent sıkıştırılabilir ve sıkıştırılmaz akışların çözümünde kullanılan Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği çözücüsüdür. Yakınsamayı hızlandıran çoklu ağ metoduyla beraber çoklu çözücü seçenekleri ile Fluent geniş hız rejimleri aralıklarında en uygun çözüm etkinliği ve hassasiyeti getirir. Modelleme Yetenekleri iki boyutlu düzlemsel, eksensel simetrik ve döngülü eksensel simetrik (dönel simetrik) ve üç boyutlu akışlardır (Fluent 6, 2005).

Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği yazılımları otomotiv endüstrisi, havacılık endüstrisi, beyaz eşya endüstrisi, turbo makine endüstrisi, kimya endüstrisi, yiyecek endüstrisi gibi birbirinden farklı birçok endüstriye ait akışkanlar mekaniği ve ısı transferi problemlerinin çözümünde kullanılırken inşaat mühendisliği alanında kullanımı ise oldukça yenidir ve son on beş yılda bazı gelişmeler kaydedilmiştir. Bunun sebebi ise inşaat mühendisliği alanında açık kanal problemlerinin daha çok irdelenmek istenmesi ve gerek boyutların büyük olması gerekse su yüzünün bilinmezliği modellemede zorluklar getirmektedir. Ancak çok fazlı bir modelleme olan Akışkan Hacimleri tekniği ile (Volume Of Fluid (VOF)) ile su yüzü takip edilebilmektedir. Bu model N adet karışmayan akışkan için gaz-sıvı, sıvı-sıvı sistem modellemesidir. Yüzey gerilmesi ve duvar adezyon kuvvet etkilerini içeren yüzey takibi yapmaktadır (FLUENT 6. 2005). Bu çalışmada FLUENT-VOF ile modellenmiş başarılı örnekler sunulacaktır.

Vaka Analizleri

Aşağıda verilen tüm vaka analizlerinde üç boyutlu türbülanslı akım modellemesi yapılmıştır. Üç boyutlu, ortalama Reynolds gerilimlerini içeren kontrol hacim metodu ile ayrıklaştırılmış Navier-Stokes denklemleri çözülmüştür.

Öncelikle irdelenecek problemin sonuçlarına en iyi şekilde ulaşabilecek geometri belirlenmiş ve daha sonra gerçek boyutlarıyla hesap ortamına aktarılmıştır. Bunu yaparken Gambit yazılımı kullanılarak oluşturulmuştur. Model geometrisi oluşturulduktan sonra yine model sonlu eleman ağına bölünmüştür. Kullanılan yazılım karışık geometrileri modelleyebilmekte ve değişik ağ elemanları seçenekleri sunmaktadır. Ayrıca duvara yakın bölgelerde ağın sıkılaştırılması da mümkündür (Gambit 2.1, 2003).

Hesap geometrisi ve hesap ağı oluşturulduktan sonra sınır koşulları yine Gambit'te tanımlandıktan sonra ağ Fluent yazılımına aktarılmıştır. Burada öncelikle sınır koşullarının niceliksel değerleri tanımlanmış daha sonra problem için uygun modeller seçilmiştir.

Dolusavak Havalandırıcısı

Bu çalışmanın amacı bilinen hidrolik tasarım kıstaslara göre boyutlandırılmış ve kavitasyon problemine karşı havalandırıcılar yerleştirilmiş bir dolu savaktaki havalandırıcıların performansını incelemektir. Dolu savak modellemelerinde de son yıllarda FLUENT uygulamalarının arttığı gözlenmektedir (Margeirsson, 2007; Öztürk ve Aydın, 2008 ve Yıldırım ve Tiğrek, 2013).

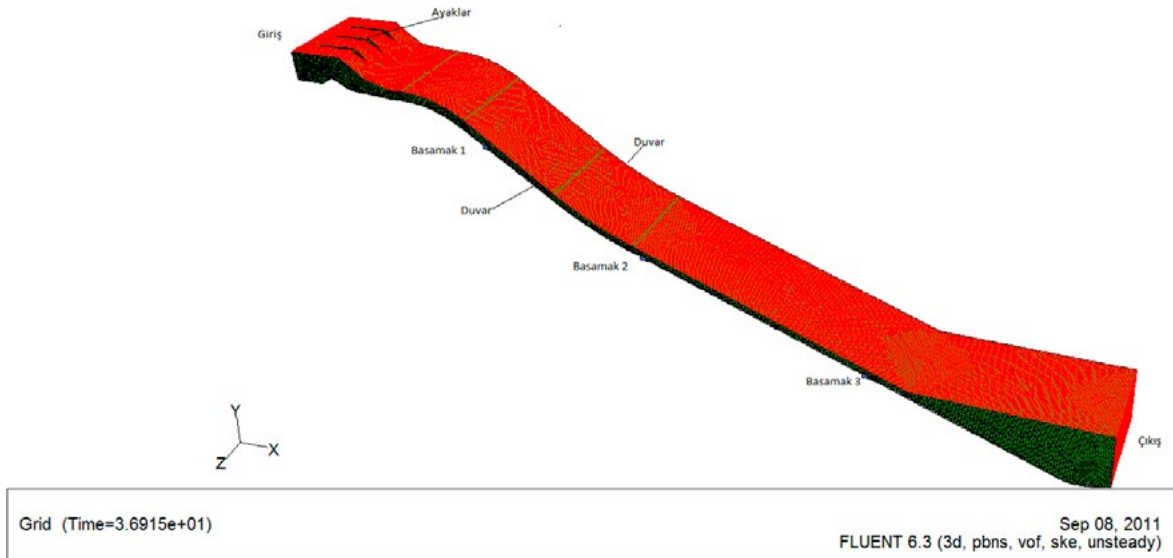
Dolu savağın eşik yapısında kret kotu 355 m ve genişliği 39,20 metredir. Deşarj kanalı genişliği 42 m ve batık sıçratma eşiği havuzu kotu 230 m'dir. Mansapta nehir yatağındaki regülatör dolu savak eşik kotu ise 246 m olarak verilmiştir. Dolu savak deşarjının regülatörle kontrol edileceği ve eşik üzerinde belli bir su yükü olacağı dikkate alınmıştır. Dolu savak deşarj akımları dört adet radyal kapakla kontrol edilmektedir. Eşik yapısında köprü ayakları çıkarıldığında net giriş genişliği 32 m olarak verilmiştir. Hava girişi üç yerde savak tabanında basamak şeklinde bir düşü verilerek sağlanacaktır. Böylece basamak yan yüzeyleri hava bacalarına bağlanarak hava girişi olacaktır. Savağın hidrolik hesapları yapılırken dört farklı debi kullanılmıştır. Bunlar sırasıyla olası en yüksek debi, en küçük debi, ortalama debi ve 500 yıllık taşkın tekerrür debisine karşılık gelen debilerdir.

Türbülans modellemesi için standart, Realizable k- ϵ ve RNG k- ϵ modellerini içeren k- ϵ model seçenekleri arasından seçim yapılmıştır. Düşük debilerde standart k- ϵ ve yüksek debide oluşabilecek döngüleri daha iyi benzeştirmek için Realizable k- ϵ model kullanılmıştır. Duvar yakını muamelesi seçenekleri arasında standart duvar fonksiyonları, dengesizlik duvar fonksiyonları, iyileştirilmiş duvar yakını muamelesi ve düşük Reynolds sayılı k- ϵ modelleri vardır. Bu çalışmada açık kanallarda halen türbülans sabitlerinin seçilmesi konusu tartışmalı olduğundan standart model seçilerek güvenli tarafta kalınması tercih edilmiştir.

Havalandırıcılarından emilecek havanın ve suyun birlikte çözülebilmesi ve akıma karışan havanın gerek nicelik gerekse nitelik açısından incelenebilmesi için Akışkan hacimleri (VOF) modeli kullanılmıştır.

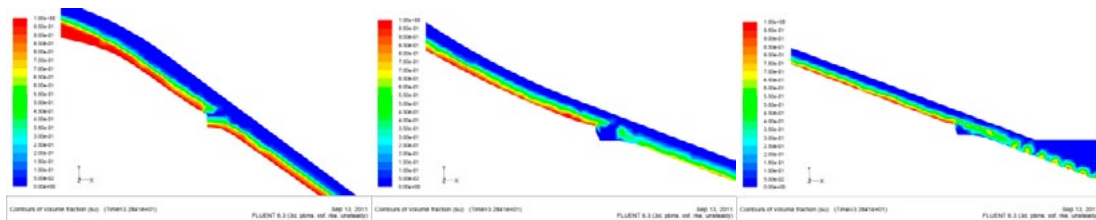
Aşağıdaki verilen (Şekil 1) ağ yapısı görülmektedir. Savak geometrisi kapakların gerisinden başlatılarak köprü ayaklarındaki sürtünmelerden ve türbülans etkisinden dolayı hava karışımına olası etkilerinin de sonuçlarda gözlenebileceği ihtimali göz önünde tutulmuştur. Öte yandan mansap enerji kırıcı yapısına kadar alınmıştır. Mansapta ise gerek regülatör yapımından dolayı oluşacak su yükü gerekse serbest çıkış olmak üzere iki ihtimal de göz önüne alınmıştır.

Bütün model dolu savağın su alma yapısından başlayıp enerji kırıcı betonun bittiği yerde bitmektedir, 625845 noktadan, üçgen yüzeylere sahip dört yüzlü öğelerden oluşmaktadır. Tüm modelle ön analizler yapıldıktan sonra yüksek debilerde hesap zamanının azaltmak için orta ayaktan geçen bir simetri ekseni referans alınarak yarım model de oluşturulmuştur. Aşağıda-ki şekilde bu modelin genel görünümü görülebilir.



Şekil 1: Dolu Savak Modeli ve Sınır Koşulları.

Her dört debinin sayısal model sonuçlarına bakıldığı takdirde birinci basamakta hava girişinin olmadığı ve burada basıncın atmosferik basınç altına şayet basamak olmazsa düşmeyeceği anlaşılmaktadır. Yani basamağın yüzeyinde negatif basınçların olduğu gözlenmiştir. Bu sebeplerle bu basamağın istenilen işlevi yerine getirmediği ve akımı bozduğu anlaşıldığından kaldırılması tavsiye edilmiştir. İkinci basamaktan her dört debide de hava emildiği görülmüştür. Üçüncü basamakta ise mansaptan gelen su tamamen hava ile karıştığından ve derinliğinde düşmesi sebebiyle basamak penceresi yüzde yüz hava olarak gözükmemiştir. Bu sebeple miktarı düşüğe olsa bir miktar su çıkışı gözlenmiştir. Ancak miktarı oldukça düşüktür ve bir nevi sıçramalar sonucunda düşen su parçacıkları olarak kabul etmek doğru olacaktır



Şekil 2: Tasarım debisinde Basamak Hava girişleri (Kırmızı renk: su, Mavi renk: hava).

Hidroelektrik Santralı, kuyruk suyu kondüvisi, dengeleme odası ve kuyruk suyu tüneli genel çerçevesi

Bir hidroelektrik santralinin kuyruk suyu kondüvisi, dengeleme odası ve kuyruk suyu tüneline hidrolik hesaplar yapılarak performansı incelenmiştir. Kuyruk suyu kondüvisinin HAD ile modellenmesine literatürde rastlanmaktadır (Agouzoul ve ark.

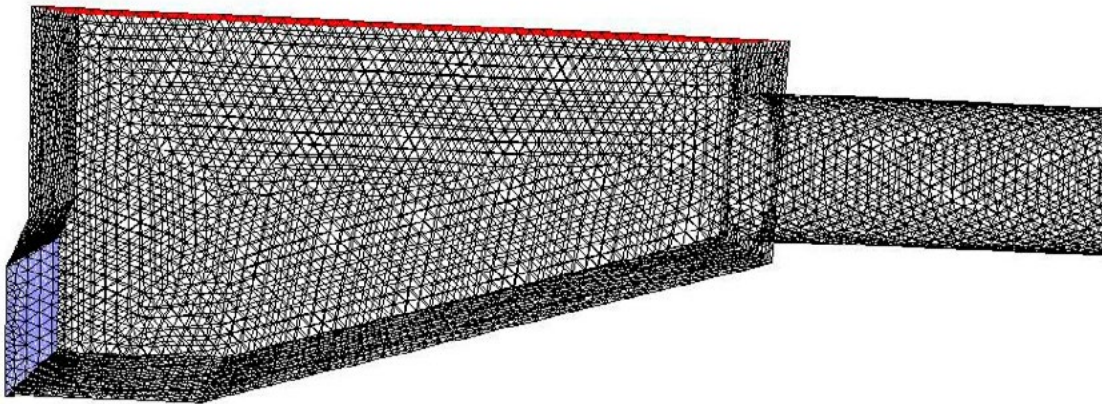
1990, Bergström ve Gebart, 1999, Liao ve ark, 2007, Vu ve Shyy, 1990). Bu çalışmalarda çoğunlukla kondüvide oluşan basınç değişiklikleri ve akım koşulları incelenmiştir. Öte yandan Yuan ve Schilling, 2002 kondüvi akımıyla kuyruk suyu etkileşimini incelemiştir. Bu sayılan örneklerde kondüvi içindeki akım basınçlı akım olarak modellenmiştir. Ancak burada vereceğimiz örnekte kuyruk suyu kondüvisi, dengeleme odası ve kuyruk suyu tüneli birlikte modellenmiştir. Bu da hem basınçlı akım hem de açık kanal akımının birlikte modellenmesini gerektirdiği gibi yüzey özellikleri de değişmektedir.

Santral iki türbinli olarak tasarlanmış ve her iki türbinin emme borusuna bağlantılı olarak tasarlanan iki adet kuyruk suyu kondüvisi yaklaşık 40 metrelik bir hat boyunca çapı ve konkavitesi değişerek dengeleme odası öncesi birleşmiştir. Dengeleme odası da yaklaşık dört kilometre olan kuyruk suyu tüneline bağlanmaktadır. Proje kurulu gücünün üretileceği işletme durumunda her iki boruda akım $21,5 \text{ m}^3/\text{s}$ saniye olacaktır. Ancak türbin çalışma prensiplerine göre işletme başlangıcındaki ani açılma esnasında daha fazla debinin verilmesi gerektiğinden, ilk çalıştırma anında $22,5 \text{ m}^3/\text{s}$ su verileceği belirtilmiştir. Kuyruk suyu kondüvisi çelik kaplamalı, dengeleme odası ve kuyruk suyu tüneli ise betonarme olarak yapılacaktır. Çalışmada dört konu irdelenmiştir:

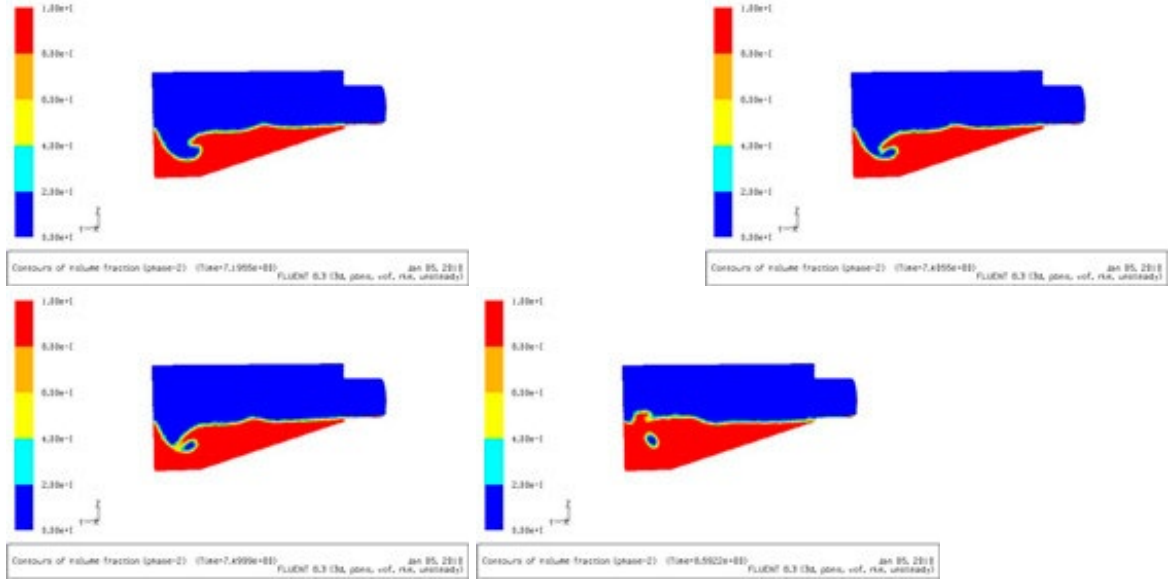
- 1) Kuyruk suyu kondüvisinin akım koşulları
- 2) Kuyruk suyu tüneline akım şartlarının açık kanal akımı olup olmayacağı
- 3) Dengeleme odasındaki akım koşulları
- 4) Kuyruk suyu kondüvisi, dengeleme odası ve kuyruk suyu tünelinin birlikte üç boyutlu olarak modellenmesi sonucu dengeleme odasında olası çalkantılar

Burada gözlem sonucunda elde edilen en önemli bulgular şunlardır:

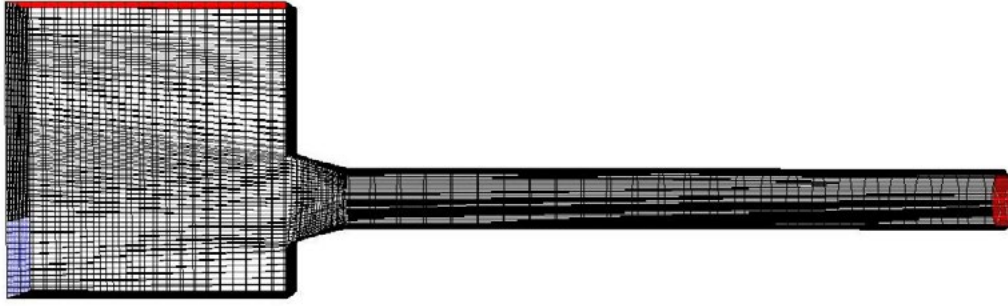
Eğik yapı (Şekil 3) dengeleme odası içinde dalga oluşumuna sebep olmakta (Şekil 4) ve çok fazla hava suya karışmaktadır bu da geriye doğru bir hava girişi riskini ortaya çıkarmaktadır. Model dengeleme odası girişinden başladığı için geriye doğru bir hava girişi bu haliyle gözlenmemiş olsa dahi, böyle bir etkinin olma olasılığı yüksektir. Tünel girişinde su, tünel tavanına çarparak girmekte ve girişte istenilen açık kanal akım şartları oluşmamaktadır. Bu analizlerin sonucunda dengeleme odasının boyutlandırılması değiştirilmiştir (Şekil 5).



Şekil 3: Dengeleme Odası ve Çıkış Tüneli (İlk Tasarım).



Şekil 4: Dengeleme Odası Çalkantıları.



Şekil 5: Dengeleme Odası ve Çıkış Tüneli (Son tasarım).

Sediment Dip Savağının Modellenmesi

Bu çalışmada bir büyük barajın sediment dip savağının akım koşulları incelenmiştir. Sediment Dip Savak yapısı birbirine paralel ve aynı boyutta iki giriş yapısı ve iletim kanalı olarak tasarlanmıştır. Her bir sistemde su ilk olarak basınçlı akım koşullarında kondüviye girmekte daha sonra radyal kapaklı akım kontrol birimine ulaşmaktadır. Kontrol yapısından sonra akımın serbest yüzeyli bir akım olarak kondüvide yoluna devam ederek baraj gövdesini terk etmesi ve enerji kırıcı havuza ulaşması hedeflenmiştir.

Çalışmanın birinci aşamasında yine hidrolik ve mekanik kısıtlara göre tasarlanmış yapı öncelikle modellenmiştir. Kontrol yapısı mansabındaki kondüvi yüksekliği 12 m olarak boyutlandırılmıştır.

Hesap çözüm geometrisi tek bir giriş yapısı sistemi için oluşturulmuştur. Geometri giriş yapısı ağızından başlamakta, baraj gövdesi altındaki kondüvi yapısı ve baraj gövdesi sonrasındaki kanalı ve enerji kırıcı yapısını kapsamaktadır. Her model çalıştırılması giriş ve çıkış pencerelerindeki debiler kontrol edilerek sonlandırılmıştır. Yani debiler birbirine eşit olduğu zaman, zamana bağlı olmayan kararlı akım koşullarının sağlanması ile çalışan model sonlandırılmış ve sonuçlar irdelenmiştir. Farklı su kotu yüksekliklerinde benzetim yapılmıştır. En yüksek su kotu 90 m en düşük su kotu ise 29 m. En yüksek su kotunda akımın kontrol yapısından sonra serbest yüzeyli akıp akmadığı konusu irdelenirken en düşük su kotunda istenen debinin sağlanıp sağlanmadığı sorgulanmıştır.

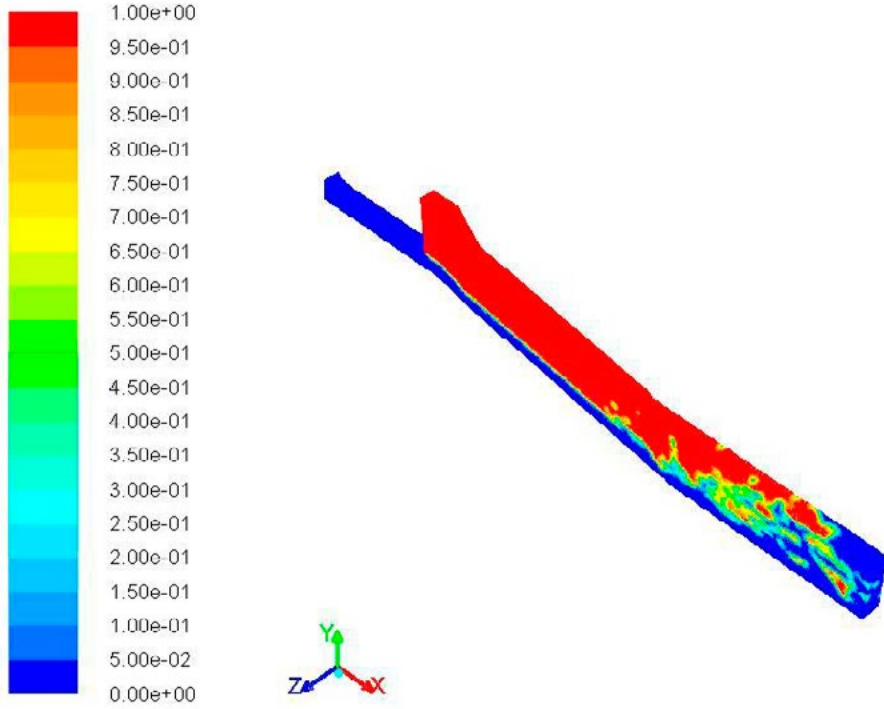
En yüksek su kotu olan 90 metre için model çalıştırılırken bu su kotuna karşılık gelen göreceli basınç değeri 881 310 Pa olarak giriş ağızında sınır koşulu olarak tanımlanmıştır. Sonuçlar irdelendiğinde debinin 475 m³/s olduğu gözlenmiştir. Şekil 6 suyun kondüvinin ne kadarını kapsadığını göstermekte ayrıca suyun baraj gövdesini terk ettikten sonra oluşan hidrolik sıçramayı açık ve net olarak göstermektedir. En düşük su kotu olan 29 metre için model çalıştırılırken göreceli basınç değeri 283 977 Pa olarak giriş ağızında sınır koşulu olarak tanımlanmıştır. Sonuçlar irdelendiğinde debinin 267 m³/s olduğu gözlenmiştir.

Sonuç olarak sediment dip savağı ağızından su girdiği zaman akış giriş yapısından kapak bölgesine kadar bölümde basınçlı akım koşullarında akmakta ve kapak bölgesi ve sonrasında serbest yüzeyli bir akış gerçekleşmektedir. Ayrıca enerji kırıcı havuzda işlevselliğini yerine getirmekte; hidrolik sıçrama gerçekleşmektedir.

Kapak sonrasındaki kondüvinin yüksekliği 12 metredir. Ancak sonuçlar kondüvi yüksekliğinin 12 metreden daha düşük olması halinde de serbest yüzeyli akış şartlarının oluşabileceğini gösterdiği için kondüvi boyunun 9 metreye düşürülmesi tavsiye edilmiştir (Şekil 7).

Sonuçlar

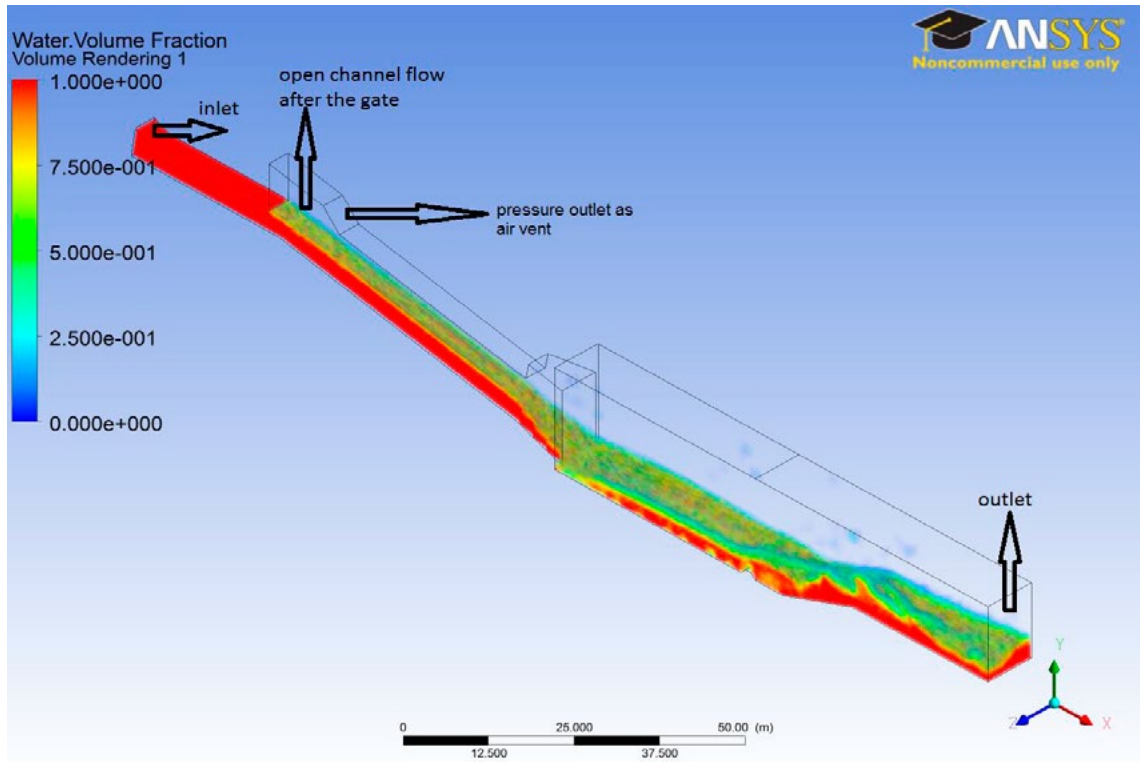
Bu çalışmada su yapılarında Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği uygulamalarının olasılıkları FLUENT paket programı kullanılarak üç örnek üzerinde incelenmiştir. Birinci örnekte bir dolu savağın havalandırıcılarının performansı incelenmiş, ikinci örnekte türbin kondüvi ve dinlendirici havuz, üçüncü örnekte ise sediment dip savağı incelenmiştir. Her üç örnekte açık kanal içerdiğinden VOF modeli kullanılmıştır. Her üç örnekte de bilinen ve kabul edilmiş tasarım yöntemleriyle boyutlandırılan yapıların hidrolik akım koşulları sayısal benzetim yöntemiyle incelenmiştir. Sonuç olarak sayısal modelleme çözümleri sonucunda yapıların şekli ve boyutlarının değişiminin gerekliliği ortaya çıkarak son tasarım değişmiştir



Contours of Volume fraction (air) (Time=1.2084e+01)

Mar 10, 2015
ANSYS FLUENT 14.0 (3d, pbns, vof, ske, transient)

Şekil 6: Sediment Dip Savağındaki Akım Koşulları



Şekil 7: Sediment Dip Savağındaki Akım Koşulları (son tasarım)

Kaynaklar

- Agouzoul, M., Reggio, M. and Cameraro, R.(1990) Calculation of Turbulent Flows in a Hydraulic Turbine Draft Tube. Journal of Fluid Engineering, Vol. 112, pp. 257-263.
- Bergström, J. And Gebart, R.(1999) Estimation of Numerical Accuracy for the Flow Field in a Draft Tube. International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow, Vol. 9, No. 4, 1999. pp. 472-486.
- FLUENT 6. User's Manual, 2005.
- Gambit 2.1 (2003) User's Guide.
- Liao, C. Wang, F., Li, X. And Zhu Y. (2007) Numerical Simulation of Pressure Fluctuation in Draft Tube of Large Francis Turbine. Proceedings of FEDSM2007, 5th Joint ASME/JSME Fluids Engineering Conference, San Diego, California, USA.
- Vu, T.C. and Shyy, W. (1990) Navier-Stokes Flow Analysis for Hydraulic Draft Tubes. Journal of Fluid Engineering, Vol. 112, pp. 199-204.
- Öztürk, M. ve Aydın, C (2008) Dolusavak Havalandırıcılarında Jet Uzunluğunun CFD Analiziyle Belirlenmesi. Fırat Univ. Fen ve Müh. Böl. Dergisi, 20(1), 157-164.
- Margeirsson, B. (2007) Computational Modeling of Flow over a Spillway in Vatnfellsstifla Dam in Iceland. Master Thesis 2007:29, Department of Applied Mechanics. CHALMERS UNIVERSITY OF TECHNOLOGY, Göteborg, Sweden.
- Yuan, W. Ve Schilling, R. (2002) Numerical Simulation of the draft tube and tailwater flow interaction. Journal of Hydraulic Research, Vol. 40, No. (1), pp. 73-81.
- Yıldırım, T. and Tiğrek, Ş. (2013) Numerical Simulation of Spillway Aerators; A Case Study. IPWE 2013, 6th International Perspective on Water Resources & Environment, (in CD), İzmir, Türkiye, 7-9 Ocak 2013.